

PHYSIQUE STATISTIQUE

TD n°5 : Ensemble grand-canonique (et autres)

Les exercices estampillés [S] sont des exercices supplémentaires qui ne pourront être traités en séances de travaux dirigés dans l'horaire imparti, mais qu'il est utile d'étudier dans un travail personnel.

1 Adsorption

À la surface d'un solide se trouvent A sites, susceptibles d'adsorber chacun au plus un atome. L'énergie d'un atome adsorbé est $-\varepsilon_\ell$.

1. Le système est en contact avec un réservoir (température T et potentiel chimique μ). Calculer le nombre moyen d'atomes adsorbés sur la paroi.
2. Le solide précédent constitue la paroi d'une enceinte de volume \mathcal{V} dans laquelle on introduit N atomes de gaz parfait à la température T . Exprimer le nombre moyen d'atomes adsorbés sur la paroi.
3. On considère maintenant que les atomes adsorbés, au lieu d'être assignés à des sites, forment un gaz parfait à $2D$ libre d'explorer toute la surface. Calculer dans ce cas le nombre moyen d'atomes adsorbés.

2 Électrons piégés [S]

Un solide contient A sites discernables. Chaque site est susceptible de piéger ($\varepsilon_0 > 0$) :

- rien ;
- un électron de spin \uparrow qui a alors l'énergie $\varepsilon_\uparrow = -\varepsilon_0$;
- un électron de spin \downarrow qui a alors la même énergie $\varepsilon_\downarrow = -\varepsilon_0$;
- une paire d'électrons de spins opposés qui a alors l'énergie $\varepsilon_{\uparrow\downarrow} = -2\varepsilon_0 + g$, où g est une constante positive qui représente l'énergie d'interaction entre deux électrons situés sur le même site. On néglige les interactions entre électrons situés sur des sites différents.

1. L'ensemble est en contact avec un réservoir d'électrons et d'énergie, de potentiel chimique μ et de température T . Calculer le nombre moyen d'électrons piégés et l'énergie moyenne du solide.
 2. Le nombre total d'électrons dans le solide est en fait égal à A . Calculer le potentiel chimique μ et les nombres moyens \overline{N}_0 de sites vides, \overline{N}_1 de sites contenant un électron et \overline{N}_2 de sites contenant une paire. Que valent \overline{N}_0 , \overline{N}_1 , et \overline{N}_2 à très basse et très haute température ?
 3. Le solide est placé dans un champ magnétique B . Soit m le module du moment magnétique de chaque électron. Calculer l'aimantation moyenne du solide :
 - (a) quand il est en contact avec un réservoir d'électrons de potentiel chimique μ ;
 - (b) quand le nombre d'électrons est fixé et égal à A .
-

3 Sublimation

Dans une enceinte maintenue à la température T , on place un corps solide de N atomes identiques. On décrit le solide au moyen du modèle d'Einstein, et on désigne par ε_ℓ l'énergie de liaison (ou de libération) de chaque atome (un oscillateur tridimensionnel isotrope, tout au moins aux basses excitations).

1. En supposant tout d'abord que le solide ne s'évapore pas, calculer en formalisme canonique la fonction de partition du solide, ainsi que son potentiel chimique et son entropie.
2. Le solide s'évapore partiellement dans l'enceinte. On assimile sa vapeur à un gaz parfait monoatomique constitué de particules indiscernables de masse m qu'on traitera dans l'approximation classique. Calculer le nombre moyen d'atomes à l'état gazeux. En déduire la pression du gaz à l'équilibre avec le solide.
3. Dans la mesure où le volume occupé par le solide saturé est négligeable par rapport au volume occupé, à la même température, par la vapeur saturée, vérifier la formule de Clapeyron pour la sublimation.