I

Partiel

1) Tout droit à $T=0$, quelques tournants à T faible et pelote aléatoire à haute température.

2) $m=1$ un seul tournant

Soit le 1er va droit et ensuite 4 façons de tourner

soit il tourne (4 façons) et ensuite va droit

3) choix de m parmi N $= C_N^m = \frac{N!}{(N-m)!\,m!}$

4) 4 choix de direction pour chaque lien tournant

donc $\Omega(N,m) = C_N^m 4^m$ AN $m=1$, $N=2$

$\Omega = C_2^1 4 = 8$ ok

5) $\sum_{m=1}^{N} \Omega(N,m) = \sum_{m=1}^{N} C_N^m 4^m 1^{N-m} = (4+1)^N = 5^N$

6) $S = k_B \ln \Omega = k_B \ln\left(\frac{N!}{(N-m)!\,m!} 4^m\right)$

$$\frac{S}{k_B} = N\ln N - \cancel{N} - (N-m)\ln(N-m) + \cancel{N-m} - m\ln m + \cancel{m} + m\ln 4$$

$$S = k_B\left[N\ln N - (N-m)\ln(N-m) - m\ln m + m\ln 4\right]$$

7) $N \gg 1$, $m \gg 1$

8) $N = (N-m) + m$ donne $\frac{S}{Nk_B} = -\left(1-\frac{m}{N}\right)\ln\left(1-\frac{m}{N}\right) - \frac{m}{N}\ln\frac{m}{4N}$

donc $f(x) = (1-x)\ln(1-x) + x\ln\frac{x}{4}$

9) $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{\partial S}{\partial m}\frac{1}{\varepsilon} = \frac{k_B}{\varepsilon}\left[\ln(N-m) + \cancel{1} - \ln m - \cancel{1} + \ln 4\right]$

$$T = \frac{\varepsilon / k_B}{\ln\left[4\left(\frac{N}{m}-1\right)\right]}$$

10) $T = \frac{\varepsilon / k_B}{\ln 4\left(\frac{N\varepsilon}{E}-1\right)} \longrightarrow 4\left(\frac{N\varepsilon}{E}-1\right) = e^{\beta\varepsilon}$

$\longrightarrow \frac{N\varepsilon}{E} = 1 + \frac{1}{4}e^{\beta\varepsilon}$

$$\boxed{E = \frac{N\varepsilon}{1+\frac{1}{4}e^{\beta\varepsilon}}}$$

$a = 1/4$ les 4 directions possibles pour tourner.
$\beta = k_B T$

11) chaque segment peut choisir 5 directions et l'énergie totale est la somme des énergies des segments ε si tourne, 0 sinon.

12) $Z = z^N$ chaque segment $z = 1 + 4e^{-\beta\varepsilon}$
5 états droit (1) ou tournant (4)

$$Z = \left(1+4e^{-\beta\varepsilon}\right)^N \qquad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

13) $F = -k_B T \ln Z \qquad F = -N k_B T \ln\left(1+4e^{-\beta\varepsilon}\right)$

14) [cours]

15) $\bar{E} = \frac{\partial(\beta F)}{\partial\beta} = -N\,\frac{-4\varepsilon e^{-\beta\varepsilon}}{1+4e^{-\beta\varepsilon}} = \frac{N\varepsilon}{1+\frac{1}{4}e^{\beta\varepsilon}}$

16) eq. ensembles

(7) $\mu = \frac{\partial F}{\partial N} = -k_B T \ln(1 + 4e^{-\beta\varepsilon})$

(8) $\mu = \mu_g$

(9) $\Rightarrow \frac{V}{N_g \lambda^3} = 1 + 4e^{-\beta\varepsilon}$

$$\bar{N} - N = \frac{V/\lambda^3}{1 + 4e^{-\beta\varepsilon}}$$

$$N = \bar{N} - \frac{V/\lambda^3}{1 + 4e^{-\beta\varepsilon}}$$

$b = 4$